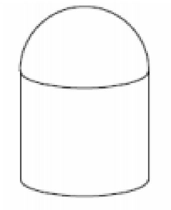
Exercice 1

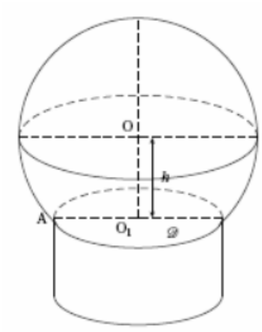
Une entreprise doit construire des plots en béton pour border des trottoirs. Ces plots sont formés d'un cylindre de révolution surmonté d'une demi-boule. La hauteur du cylindre doit-être de $40\ cm$ et son rayon de $20\ cm$.



1) Calculer la valeur exacte en cm^3 du volume du cylindre.
2) Calculer la valeur exacte en cm^3 du volume de la demi-boule.
3) Calculer le volume de béton nécessaire pour fabriquer 1 000 plots.

Exercice 2

Lors de sa sortie au Mont-Saint-Michel, un élève achète le souvenir ci-contre dans une boutique.
Cet objet est assimilé à un solide composé d'une calotte sphérique de rayon $4{,}5\ cm$ posée sur un cylindre de hauteur $3{,}8\ cm$.
Voici ci-contre une représentation en perspective de cet objet.
O est le centre de la calotte sphérique et O_1 le centre d'une des bases du cylindre. A est un point de la section du cylindre avec la sphère et $O_1A = 3{,}6\ cm$.



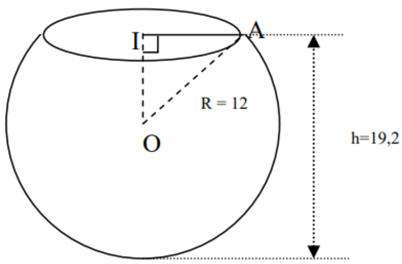
1) Montrer que la distance $OO_1 = 2{,}7\ cm$.
2) Quelle est la hauteur totale de l'objet ?

La maquette du Mont-Saint-Michel qui est à l'intérieur de la calotte sphérique est assimilée à un cône de hauteur $4{,}7\ cm$ dont la base a pour rayon $3{,}6\ cm$.

3) Montrer qu'une valeur approchée du volume de cette maquette est $64\ cm^3$.
4) On admet que la calotte sphérique a un volume d'environ $342\ cm^3$. Est-il vrai que le volume de la maquette représente moins de 20 % du volume de cette calotte sphérique ? Justifier.

Exercice 3

Un aquarium a la forme d'une calotte sphérique de centre O de rayon $R = 12\ cm$ et de hauteur $h = 19{,}2\ cm$



1) Calculer la longueur OI puis la longueur IA.
2) Le volume d'une calotte sphérique est donné par la formule :
$V = \frac{\pi h^2}{3}(3R - h)$ où R est le rayon de la sphère et h la hauteur de la calotte sphérique.
Calculer une valeur approchée du volume de cet aquarium au cm^3 près.
3) On verse $6\ L$ d'eau dans l'aquarium. Au moment de changer l'eau de l'aquarium, on transvase son contenu dans un récipient parallélépipédique de $26\ cm$ de longueur et de $24\ cm$ de largeur. Déterminer la hauteur d'eau dans le récipient ; arrondir le résultat au mm.

Exercice 4

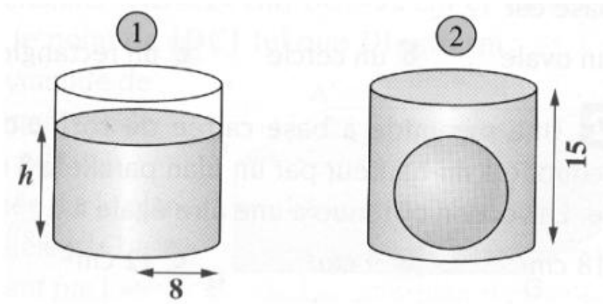
On note h la hauteur d'eau dans un cylindre de rayon $8\ cm$ et de hauteur $15\ cm$ (figure 1).

On place alors au fond de ce cylindre une boule de rayon $6\ cm$ et on constate que le cylindre est totalement rempli (figure 2).

1) Calculer en fonction de π le volume du cylindre.

2) Montrer que la valeur exacte de la boule est $288\ \pi\ cm^3$.

3) Déduire des questions précédentes la hauteur h de l'eau dans le cylindre avant qu'on y place la boule.

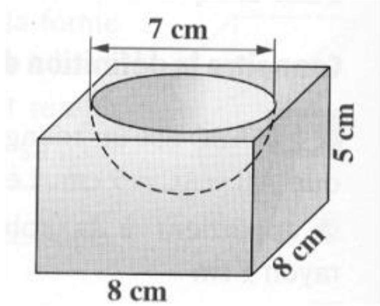


Exercice 5

Un cendrier fabriqué en bronze a la forme d'une demi-sphère de $7\ cm$ de diamètre creusée dans un parallélépipède rectangle de dimensions $8\ cm$, $8\ cm$ et $5\ cm$.

1) Calculer l'arrondi au millième du volume de bronze utilisé en cm^3.

2) Sachant que la masse volumique du bronze est de $8{,}70\ g\ /cm^3$, calculer l'arrondi au dixième de la masse du cendrier.



Exercice 1

1) $V_{cylindre} = \pi R^2 h = \pi \times 20^2 \times 40 = 16\,000\pi\ cm^3$

2) $V_{demi-boule} = \frac{4}{3}\pi R^3 \div 2 = \frac{2}{3}\pi \times 20^3 = \frac{16\,000}{3}\pi\ cm^3$

3) $V_{plot} = \frac{16\,000\pi \times 4}{3} = \frac{64\,000\pi}{3}\ cm^3$

$$V_{1000\ plot} = 1000 \times \frac{64\,000\pi}{3} = \frac{64\,000\,000\pi}{3}\ cm^3 = \frac{64}{3}\pi\ m^3$$

Exercice 2

1) Le triangle OO_1A est rectangle en O_1, d'après le théorème de Pythagore :

$OA^2 = OO_1^2 + O_1A^2$

$4{,}5^2 = OO_1^2 + 3{,}6^2$

$OO_1^2 = 4{,}5^2 - 3{,}6^2$

$OO_1 = \sqrt{4{,}5^2 - 3{,}6^2} = \sqrt{7{,}29} = 2{,}7\ cm$

2) $H = r + OO_1 + h = 4{,}5 + 2{,}7 + 3{,}6 = 10{,}8\ cm$

3) $V_{maquette} = \frac{\pi R^2 h}{3} = \frac{\pi \times 3{,}6^2 \times 4{,}7}{3} = 20{,}304\pi\ cm^3 \approx 64\ cm^3$

4) $342 \times 20\ \% = 68{,}4\ cm^3$

La maquette a un volume inférieur à 20 % de la calotte.

Exercice 3

1) $OI = h - R = 19{,}2 - 12 = 7{,}2\ cm$

Le triangle OIA est rectangle en I donc, d'après le théorème de Pythagore :

$OA^2 = OI^2 + IA^2$

$12^2 = OI^2 + 7{,}2^2$

$IA = \sqrt{12^2 - 7{,}2^2} = 9{,}6\ cm$

2) $V_{aquarium} = \frac{\pi h^2}{3}(3R - h) = \frac{\pi \times 19{,}2^2}{3}(3 \times 12 - 19{,}2) = 2\,064{,}384\pi\ cm^3\ \approx 6\,485\ cm^3$

3) $V_{parallélépipède} = L \times l \times h = 6\ L$

D'où : $26 \times 24 \times h = 6\,000\ cm^3$

$h = \frac{6\,000}{36 \times 24} = \frac{125}{13}\ cm\ \approx 9{,}6\ cm$

La hauteur d'eau dans le récipient est d'environ $9{,}6\ cm$.

Exercice 4

1) $V_{cylindre} = \pi R^2 h = \pi \times 8^2 \times 15 = 960\pi\ cm^3$

2) $V_{boule} = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \times 6^3 = 288\pi\ cm^3$

3) D'une part : $V_{eau} = 960\pi - 288\pi = 672\pi\ cm^3$

D'autre part : $V_{eau} = \pi R^2 h = \pi \times 8^2 \times h = \pi \times 64 \times h$

Donc : $672\pi = \pi \times 64 \times h$

$h = \frac{672\pi}{64\pi} = 10{,}5\ cm$

La hauteur d'eau est de 10,5 cm.

Exercice 5

1) $V_{bronze} = V_{boîte} - V_{demi-boule} = L \times l \times h - \frac{4}{3}\pi R^3 \div 2 = 8 \times 8 \times 5 - \frac{2}{3} \times \pi \times \left(\frac{7}{2}\right)^2 = 320 - \frac{343}{12}\pi\ cm^3$

$V_{bronze} \approx 230{,}203\ cm^3$

2) $m = \left(320 - \frac{343}{12}\pi\right) \times 8{,}70 \approx 2\ 002{,}8g$

La masse du cendrier est d'environ 2 002,8g.